



Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра системного программирования

Об одном алгоритме адаптации сеток

Автор: Канашин Дмитрий Анатольевич
Научный руководитель: ст.пр. Е.К. Куликов

Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра системного программирования

18 ноября 2020 г.

Санкт-Петербург
2020

- Из-за того, что проведение натурального физического эксперимента в полном объёме далеко не всегда возможно, его частой заменой является математическое моделирование на ЭВМ
 - ▶ При основном, численном методе моделирования, одной из ключевых проблем является нахождение оптимальной расчётной сетки.
 - ▶ В задачах газовой динамики крайне важно построение качественной сетки
- Построение расчётной сетки путем её адаптации
 - ▶ Построение сетки на основе информации, полученной из построения приближения на старой сетке
 - ▶ Повышение густоты сетки в областях локализации особенностей решения
 - ▶ Метод дробления и слияния ячеек

- В 2017 году на ICAT был представлен доклад с представленным алгоритмом адаптации сеток
 - ▶ Доклад не подкреплён публикацией
 - ▶ Результаты эксперимента описаны скудно
 - ▶ Не рассмотрены особенности работы алгоритма на специальных функциях

Функции с экспоненциальным пограничным слоем и сетка Шишкина

- В данной работе особый интерес представляют функции, которые являются решениями сингулярно возмущенных краевых задач, нередко возникающие в задачах моделирования физических явлений
- Решения сингулярно-возмущенных задач имеют большие градиенты в области пограничного слоя. Из-за этого применение стандартных подходов к аппроксимации нередко оказываются неудачными
- Сетка Шишкина — специальная кусочно-равномерная сетка, которая является сгущенной в области пограничного слоя

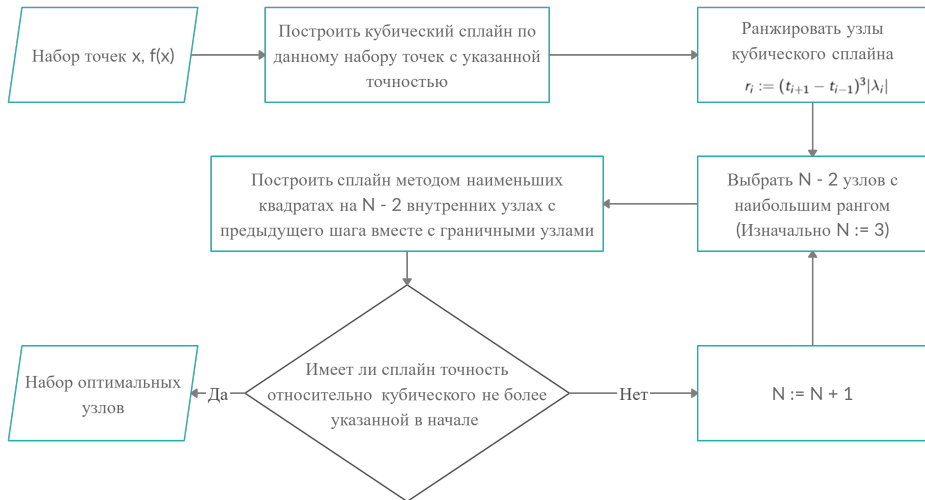
Постановка задачи

Целью работы является реализация алгоритма, воспроизведение экспериментов, поставленных автором, а также постановка экспериментов на функциях специального вида

Задачи:

- Ознакомиться с алгоритмом в презентации автора
- Реализовать алгоритм
- Воспроизвести численные эксперименты автора
- Исследовать качество адаптации сетки и точность алгоритма для нескольких функций, обладающих пограничным слоем
- Исследовать, возможно ли получить более точный результат аппроксимации и более удачную адаптивную сетку, если в качестве сетки для построения начального приближения использовать не равномерную сетку, а специальную кусочно-равномерную сетку (Шишкина)

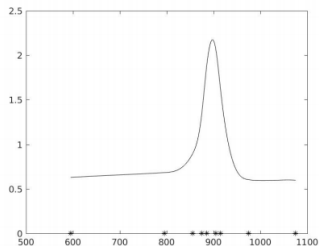
Описание алгоритма



Численные эксперименты

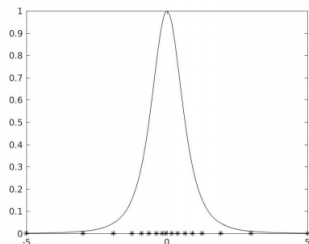
Результаты, полученные на функции Рунге ($y = \frac{1}{1+x^2}$)

Titanium Heat Data



8 intervals (7 interior knots)
Error: .015

Runge Function $f(x) = 1/(1+x^2)$



16 intervals (15 interior knots)
Error .00071

Результаты	Изначально	Оптимально узлов	Точность
В ходе работы	37	17	$6.99 * 10^{-4}$
Автора	?	15	$7.10 * 10^{-4}$

Численные эксперименты

Результаты на функции $\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) + e^{-\frac{x}{\varepsilon}}$ с экспоненциальным пограничным слоем на равномерной ("Обычной") сетке и сетке Шишкина

Изначально	ε	Обычная	Точность	Шишкина	Точность
17	0.01	3	$7.59 * 10^{-1}$	7	$1.53 * 10^{-2}$
17	0.001	3	1.73	9	$2.45 * 10^{-1}$
33	0.01	3	$3.21 * 10^{-1}$	14	$1.07 * 10^{-3}$
33	0.001	3	1.55	14	$2.57 * 10^{-2}$
65	0.01	3	$7.30 * 10^{-2}$	43	$1.86 * 10^{-4}$
65	0.001	3	1.27	26	$2.66 * 10^{-3}$
129	0.01	7	$9.52 * 10^{-3}$	99	$1.61 * 10^{-5}$
129	0.001	3	$8.87 * 10^{-1}$	80	$2.61 * 10^{-4}$
257	0.01	80	$8.28 * 10^{-4}$	217	$6.50 * 10^{-7}$
257	0.001	3	$4.49 * 10^{-1}$	203	$2.09 * 10^{-5}$

В результате проведённого исследования :

- Реализован алгоритм адаптации сеток
- Проведены эксперименты, повторяющие, насколько это возможно в условиях недостаточной формализации, эксперименты автора алгоритма
- На нескольких известных функциях, имеющих большие градиенты в области пограничного слоя, установлено, что из-за невысокой точности начального приближения получаемые адаптации оказываются малоинформативными
- При доработке алгоритма с возможностью строить начальное приближение на сетках Шишкина приближения оказались значительно более точными для функций с экспоненциально пограничным слоем, чем на равномерных сетках